Araştırma Makalesi / Research Article

Farklı Profillere Sahip Öğrenciler ile Çoklu Yoldan Problem Çözme*

Elif Esra ARIKAN†[1], Hasan ÜNAL[2]

[1]*Yıldız Teknik Üniversitesi, Fen-Edebiyat Fakültesi, Matematik Bölümü*
[2]*Yıldız Teknik Üniversitesi, Fen-Edebiyat Fakültesi, Matematik Bölümü*

Özet

Çalışmanın amacı, bir problemin birden fazla yolla çözümünü bulmanın getireceği faydaları ve farklı profile sahip öğrencilerin çoklu yoldan problem çözme becerilerini tespit etmektir. Çalışmaya, İstanbul iline bağlı aynı dershanenin dört farklı ilçesinde bulunan her bir şubenin 11. sınıfına kayıtlı ve Balıkesir iline bağlı bir ilçede Anadolu lisesinde 11. sınıfa kayıtlı, sınıflarının en iyisi olan 3'er öğrenci katılmıştır. 15 öğrencinin katıldığı bu çalışma derinlemesine analiz yapılmasından dolayı nitel araştırma olup durum çalışması özelliği taşımaktadır. Çalışma için 11. sınıf konusu olan karmaşık sayılar konusu seçilmiştir. Öğrencilere dağıtılan çalışma kâğıtlarında dört adet karmaşık sayı sorusu yer almaktadır. Her bir soru için mümkün olabildiğince çoklu yoldan problemin çözümüne ulaşmaları istenmiştir. Çalışmaya katılan öğrenciler Anadolu ve Özel Fen Lisesi öğrencileridir. Ayrıca çalışmaya katılan öğrencilerle üç sorudan oluşan yapılandırılmış mülakat yapılmıştır. Çalışma sonucunda, her soru için üçten fazla yol keşfeden öğrenciye rastlanamamıştır. Öğrenciler birden fazla çözüm yolu denemenin önemi konusunda farklı düşünceler belirtmişlerdir. Kimi öğrenci çoklu yoldan problem çözmenin gereksiz olduğunu düşünürken, kimi öğrenciler de çoklu yoldan problem çözmenin önemli olduğu görüşünde birleşmişlerdir.

Anahtar Kelimeler: Çoklu yoldan problem çözme, çoklu yoldan problem çözmenin önemi.

Multiple Ways of Problem Solving Activity of Students with Different Profile

Abstract

The aim of this study was to investigate the were of multiple ways of problem solving and identifying of the students who have got different background. In the study, fifteen students have participated who are 11th grade and studies in four different branches of same course. The methodology employed in the study was qualitative in nature. This study was case study because of analyzing deeply. Complex number was selected for problem solving activity and students have been given four questions. The participants were Anatolian High School and Science High School Students. Besides, structured interview was used which consisted of three questions. As a result of this study, none of the students were able to solve the each problems three or more than three ways. Student opinions and attitudes were different about the importance of multiple ways of problem solving. While some students said that multiple ways of problem solving is necessary, others did not think so.

Keywords: Multiple ways of problem solving, the importance of multiple ways of problem solving.

* Bu makale 4.Uluslararası Eğitim Araştırmaları Kongresinde sunulan bildirinin geliştirilmiş halidir.

† Sorumlu yazar: arikanee@gmail.com

1. Giriş

Sonucu bilinmeyen ve merak uyandıran belirsiz durum veya üstesinden gelinmesi istenen güçlüklere problem denir [1].

Matematiksel olarak kullanılan problemler; tek çözüme sahip problemler (rutin olan ve rutin olmayan problemler), açık proje ve uçlu sorular, matematiksel araştırmalar şeklindedir. Tek çözüme sahip problemler iyi yapılandırılmış problemlerdir ve ders kitaplarında yer alan alıştırmalar olarak örneklendirilebilir. Problem çözme, öğrenci merkezli eğitimde aktif öğrenmeyi gerçekleştiren unsurlardan biridir. Problem çözme sürecini etkileyen üç faktör belirtilebilir: Tutum, Deneyim, Bilişsel Yetenek [2].

Problem çözmenin matematik bilimi adına matematiği öğrenmeyi kolaylaştırdığı ve matematiksel düşünmeyi desteklediği bilimsel çalışmalarda vurgulanmıştır [3, 4]. Ayrıca Trends in International Mathematics and Science Study (TIMSS) tarafından yapılan uluslararası karşılaştırmada matematik öğretimini problem çözme merkezli yapan Singapur gibi bazı uzak doğu ülkelerinin yüksek ortalamalar elde etmesi kaydedilmiştir [5]. Problem çözme becerisinin geliştirilmesi adına problem kurma temelli problem çözme gibi çeşitli yöntemler denenmektedir. Çünkü bu yöntemler öğrencilerin düşünme ve problem çözme becerilerini geliştirir [6]. Buradan aslında ulaşılması amaçlanan hedeflerden birinin problem çözme becerisini geliştirmek olduğu ortaya çıkmaktadır.

Öğrencilerin en büyük sıkıntısı öğrendikleri bilgileri farklı durumlara transfer edememeleridir [7]. Bu sebeple, problem çözme sürecinde bilgiyi kullanmak ve orijinallik katmak, yaratıcılığı sergilemek ya da hayal gücünü yoklamak gibi durumlar gerçekleşebilmelidir. Dolayısıyla problem çözme yüksek seviyede bilişsel süreçtir [8].

Problem çözmede yaratıcılığın etkisi büyüktür. Yaratıcılık doğuştan olmak zorunda değildir, sonradan da kazanılabilen bir yetenektir. Öğrencilerin problemleri tanımaları, çoklu çözüm üretebilmeleri, akıl yürütmeleri, sonuç bulmaları ve bu sonuçları doğrulamaları yaratıcılığı besleyen durumlardır [9]. Yaratıcılığın gelişmesi için, alternatifler üretmek, çok yönlü düşünmek önemli adımlardır [10].

Öğrencilerin yaratıcı birer matematikçi olabilmeleri için rutin problemleri çözebilme bilgisine sahip olmaları yeterli değildir.

Problem çözmede öğrencinin esnek düşünebilme ortamının hazırlanması ile öğrencinin yaratıcılığının gelişeceği araştırmacılar tarafından savunulmuştur [11]. Bu sebeple öğrencilerin derslerde çözümleri akıllarında tutması yaratıcılıklarını engelleme ve verilen bir durumun farklı bir şekilde önlerine gelmesi durumunda problemi çözme becerilerini gösterememeleri sorunu ortaya çıkar.

2. Araştırma

2.1. Araştırmanın Amacı

Problem çözme sürecinde öğrencinin kavram yanılgısı, işlem kabiliyeti, düşünme becerisi yoklanabilmektedir. Ancak rutin problemlerde öğrenciler, belirli kalıbı ezberleyerek çözüme ulaşabilmektedirler. Bu durum kavram yanılgısı durumunu ortaya çıkarmaz. Ancak birkaç yoldan bir problemin çözülmesi istenmesi, öğrencinin konuyu tam anlayıp anlamadığını, varsa kavram yanılgısının ortaya çıkmasını ve düşünme becerisini geliştirme durumuna bağlı olarak yaratıcı çözümlere başvurmasını destekler niteliktedir. Öğrencilerin, en çok üniversiteye giriş sınavına önem verdikleri bilinmektedir. Bu amaç doğrultusunda en kısa yola sahip çözümü kullandıkları yadsınamaz bir gerçektir. Acaba bu durum öğrencilerin gerçekten matematiği anladıkları ve uyguladıkları anlamına gelmekte midir? Çalışmanın amacı öğrencilerin matematiği anlayarak mı yaptıkları yoksa sadece amaçlarına ulaşmak için ezberleyerek uyguladıkları mı sorularına yanıt aramakla beraber öğrencilerin çoklu yoldan problem çözümüne bakış açılarını yoklamaktır.

2.2. Araştırmanın Önemi

Problem çözme, matematiği keşfetmek, anlamak ve uygulamak için önemli bir faktördür. Ancak çoklu yoldan problem çözmenin bu duruma farklı bir boyut kazandıracağı umulmaktadır. Çünkü problemi sadece çözmek ve hemen sonucuna ulaşmak konuyu tam anlamıyla kavranması açısından yeterli değildir. Kullanılan çözümün öğrenci tarafından ezberlenmiş olma ihtimali mevcuttur. Dünya ülkeleri ezberci sistemden uzak bilinçli matematik yapan öğrenciler yetiştirmeyi hedeflemektedir. Problemlerin çözümlerinin hap şeklinde basmakalıp yöntemlerle öğrencilere verilmesinin engellenmesi açısından çoklu yoldan problem çözme yardımcı olabilir. Dahası, çoklu yoldan problem çözme durumu öğrencilerin, yaratıcılıklarını ve alternatif yollar düşünme becerilerini geliştirebilir. Çoklu yoldan problem çözme, problem kurmak için elverişli bir stratejidir [12].

3.Yapılan Çalışmalar

Altun ve Memnun (2008), 2005-2006 öğretim yılında Uludağ Üniversitesi Eğitim Fakültesi İlköğretim Matematik Öğretmenliğinde öğrenim göre 31 öğretmen adayı ve Ortaöğretim Matematik Öğretmenliğinde öğrenim gören 30 öğretmen adayı ile 7 hafta süreyle rutin olmayan problemleri çözmek için problem çözme stratejileri belirleme çalışması yapılmıştır. Çalışmanın sonucunda, problem çözme stratejileri kullanmanın problem çözmeyi %80 oranında başarılı hale getirdiği görülmüştür [13].

Kayan ve Çakıroğlu (2008), İlköğretim Matematik Öğretmenliğinde okuyan matematik öğretmen adaylarının problem çözmeye yönelik inançlarını analiz eden araştırmalarında öğretmen adaylarının farklı yoldan problem çözmeye dair düşüncelerine yer verilmiştir. Öğretmen adayları, problem çözmede birden fazla yol kullanılması gerektiği fikrini savunmuşlardır [14].

Silver(2004), açık uçlu problem kurabilme ve çözebilme yeteneğine sahip 6 yaşındaki 1. Sınıf öğrencisi ile 5 haftalık bir çalışma gerçekleştirilmiştir. Çalışmanın amacı, öğrencinin 5 hafta sonunda gelişme göstermesidir. Problem çözmede alternatif çözüm yolları da geliştirebilen öğrencinin çalışma sonunda, açık uçlu problem kurma ve çözme becerisinin daha ileri seviyeye ulaştığı tespit edilmiştir [15].

Soylu ve Soylu (2006), Erzurum ili Oltu ilçesinde bir ilköğretim okulunda 2.sınıfa kayıtlı 13 öğrenci ile problem çözme çalışması yapılmıştır. Öğrencilerin toplama-çıkarma ve çarpma işlemleri ile alakalı problem çözmede başarılı oldukları ancak kavramsal ve işlemsel beceri gerektiren problem çözmede zorlandıkları tespit edilmiştir [16].

Soylu (2007), farklı bölgelerden öğrencilerin problem çözme esnasında sergiledikleri yaklaşımların incelendiği çalışmada, öğrencilerin kolay çözüme sahip farklı yollardan problem çözme durumunu gerektirmeyen standart sözel problemler çözdükleri saptanmıştır. Önerilerde, matematik dersinde ve ders kitaplarında her türlü probleme yer verilmesi gerektiği vurgulanmıştır [17].

Bağcı, Gülçiçek ve Moğol (2004), Gazi Eğitim Fakültesi Fizik Eğitimi bölümü 1.sınıf öğrencisi 37 katılımcı ile gerçekleştirilen çalışma Fizik konularının öğretiminde alternatif yolları denemenin etkisi incelenmiştir. 3 etaptan oluşan çalışmanın birincisinde öğrencilerin mevcut bilgileri ile verilen soruya alternatif çözümler sunmaları istenmiştir. İkinci etapta öğrencilere yaptıkları hataları ve alternatif çözümün ne olduğu gösterilmiştir. Son etapta ise aynı konuya ait farklı sorular ile kendilerinin alternatif çözümler sunmaları istenmiştir. Çalışma sonucunda öğrencilerin; alternatif çözüm üretmenin fizik sorularını sadece formüllerle değil, mantık yürüterek, eleyerek ve yorum getirerek çözebileceklerini de görmeleri sağlanmıştır [18].

Birgin ve Baki (2012), "Sınıf Öğretmenlerinin Ölçme-Değerlendirme Uygulama Amaçlarının Yeni Matematik Öğretimi Programı Kapsamında İncelenmesi" isimli makalelerinde öğretmen adaylarının sınıfta ders içi performansları kayıt edilmiştir. Çalışmada dikkat edilen hususlardan biri, öğretmen adaylarının ders esnasında problemlere farklı yoldan çözümleri tartışıp tartışmadıkları olmuştur. Bir öğretmen adayının, test kitabından soru çözmesinin ve bir probleme farklı yoldan çözüm önerileri sunmamasının; öğrencilerin seviyesini tespit etmeye yönelik değer biçtiği vurgulanmıştır [19].

4. Metodoloji

Araştırma için İstanbul iline bağlı 4 ilçeden aynı dershanenin farklı şubelerinde eğitim gören 11. Sınıf öğrencisi 3'er öğrenci seçilmiştir. Buna ek olarak çalışmaya, Balıkesir iline bağlı bir ilçede bulunan Anadolu Lisesi 11.sınıfa giden 3 öğrenci katılmıştır. Böylece çalışma hem okul hem dershane öğrencileri ile gerçekleştirilmiştir. Seçilen öğrencilerin alternatif çözümler sunabilmesi için sınıflarında en iyiler olmasına dikkat edilmiştir. Öğrencilere 4 karmaşık sayı sorusundan oluşan çalışma kâğıtları dağıtılmış ve farklı yollarla bu soruları çözmeleri istenmiştir. Çalışma nitel olup durum çalışması niteliği taşımaktadır.

Çalışma esnasında öğrenci görüşlerini almak, Fen Lisesi öğrencileri ile Anadolu Lisesi öğrencilerinin farklı görüşte olup olmadıklarını tespit etmek amacıyla yapılandırılmış mülakat gerçekleştirilmiştir. Mülakatta sorulan sorular şöyledir:

1. Sizce bir problemi birden fazla yolla çözmek önemli midir?
2. Sizi amacınıza ulaştıracağını düşündüğünüz kurum okul mudur yoksa dershane midir?
3. Okulda problem çözerken birden fazla yoldan çözüme ulaşmaya çalışıyor musunuz?

Mülakattan elde edilen cevaplar kategorize edilerek bulgular kısmında sunulmuştur.

Güncel bir olayı kendi şartları içerisinde "nasıl" ve "neden" sorularına yanıt arayarak derinlemesine inceleme yapılması için durum çalışması kullanılır [20]. Çalışmada gözleme yer verildiği ve "neden alternatif çözümler sunulamıyor" sorusuna da yanıt arandığı için bu çalışma durum çalışması özelliği taşımaktadır. Durum çalışmasında derinlemesine inceleme yapılacağı için örneklem sayısı diğer nitel araştırmalardaki gibi göreceli olarak küçük seçilebilir.

5. Bulgular

Öğrenciler için hazırlanan sorular ve çözümleri:

1.) $z = 1 + \sqrt{3}i$ karmaşık sayısının kareköklerini bulunuz.

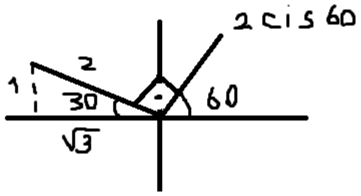
Çözüm 1:Kutupsal Gösterim ile;
$|z| = \sqrt{1+3} = 2, tan\theta = \frac{\sqrt{3}}{1} \rightarrow \theta = 60$
w_1 ve w_2 z karmaşık sayısının kareökleri olsun. Bu durumda karekökler
$w_1 = \sqrt{2}cis30, \quad w_2 = \sqrt{2}cis210$ şeklinde bulunur.
Çözüm 2: z karmaşık sayısının bir karekökü u olsun. Bu durumda u^2=z olur ve diğer kökü –u'dur.
u =a+bi olsun.
$(a+bi)^2 = 1 + \sqrt{3}i$ ve $|u|^2 = |z|$ eşitliklerinden ,
u $= \frac{\sqrt{6}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2}$i diğer kök de –u dur.
Çözüm 3: $\sqrt{z} = \sqrt{1+\sqrt{3}i} = \sqrt{1+\sqrt{3}\sqrt{-1}} = \sqrt{1+\sqrt{-3}}$ kare kökün içi 2 ile çarpılıp bölünürse,
$\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}} + \frac{\sqrt{-1}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{6}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2}$i elde edilir, diğer kök ters işaretlisidir.
Çözüm 4: $\sqrt{\frac{|z|+1}{2}} + \sqrt{\frac{|z|-1}{2}}\,i$ formülüyle bulunur.

Tablo 1. Birinci soruya öğrencilerin sunduğu farklı çözüm yolları

Çözüm sayısı	1.ilçe	2.ilçe	3.ilçe	4.ilçe	5.ilçe
0	0	0	0	1	0
1	0	2	3	0	3
2	2	1	0	1	0
3	1	0	0	1	0
4	0	0	0	0	0

2.) $z = 1 + \sqrt{3}i$ karmaşık sayısının pozitif yönde 90° döndürülmesiyle elde edilen yeni karmaşık sayıyı bulunuz.

Çözüm 1: pozitif yönde 90 derece döndürmek demek, o karmaşık sayıyı "i" ile çarpmaktır.
$z.i = -\sqrt{3} + i$
Çözüm 2: Karmaşık sayıyı kutupsal gösterime çevirip "cis90" ile çarparız
$cis60.cis90 = cis(60+90) = cis150 = -\sqrt{3} + i$
Çözüm 3: (x,y) koordinat düzleminde karmaşık sayıyı 90 derece döndürürüz. Karmaşık sayının uzunluğu değişmez. Açıları yerleştirerek sonuca ulaşırız.



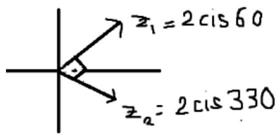
Çözüm 4: Bir noktanın θ açısı kadar döndürülmesi ile de çözüm elde edilir.
$z = cis \propto$ karmaşık sayısı θ kadar döndürülsün. Oluşan yeni karmaşık sayının koordinatları şu şekilde bulunur.
$x = \cos(\propto + \theta) = cos \propto . cos\theta - sin \propto . sin\theta$ ve $y = \sin(\propto + \theta) = sin \propto . cos\theta + sin\theta . cos \propto$
Pratik olarak z=x+iy şeklinde verilen birinci bölgedeki bir karmaşık sayının 90 derece döndürülmesi demek, x ve y değerleri yer değiştirip reel kısmın önündeki işaret değişir şeklinde çözüm de kabul edilmiştir. $z = 1 + \sqrt{3}i \rightarrow z^* = -\sqrt{3} + i$

Tablo 2. İkinci soruya öğrencilerin sunduğu farklı çözüm yolları

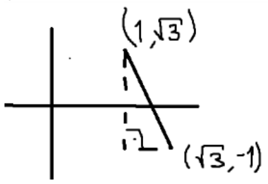
Çözüm sayısı	1.ilçe	2.ilçe	3.ilçe	4.ilçe	5.ilçe
0	0	0	0	1	0
1	0	2	3	0	0
2	0	1	0	1	3
3	3	0	0	1	0
4	0	0	0	0	0

3.) $z_1 = 1 + \sqrt{3}i$ ile $z_2 = \sqrt{3} - i$ karmaşık sayılarının arasındaki uzaklığı bulunuz.

Çözüm 1:iki nokta arası uzaklıktan
$\sqrt{(1-\sqrt{3})^2 + (\sqrt{3}+1)^2} = 2\sqrt{2}$
Çözüm 2: kutupsal gösterimde $|z_1 - z_2| = \sqrt{(2cis60)^2 - (2cis330)^2} = 2\sqrt{2}$
Çözüm 3: düzlemde çizerek uzaklığı bulma



Çözüm 4: noktaları koordinat düzleminde yerleştirip aradaki uzaklığı aşağıdaki gibi de bulabiliriz.



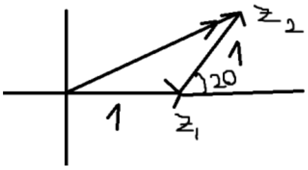
Tablo 3. Üçüncü soruya öğrencilerin sunduğu farklı çözüm yolları

Çözüm sayısı	1.ilçe	2.ilçe	3.ilçe	4.ilçe	5.ilçe
0	0	0	0	0	0
1	0	0	0	0	0
2	1	3	3	2	3
3	2	0	0	1	0
4	0	0	0	0	0

4.) $z = 1 + cos20 + isin20$ karmaşık sayısı için Arg(z)'yi hesaplayınız.

Çözüm 1: $tan\theta = \frac{sin20}{1+cos20} = \frac{2sin10.cos10}{1+cos^2 10-1} = tan10$

Çözüm 2: 1=cis0
cis0+cis20=(cos0+cos20)+(sin0+sin20)i
2cos10.cos10+(2sin10.cos10)i=2cos10(cos10+isin10) $\Longrightarrow$ Arg(z)=10
Çözüm 3: vektör toplamından yapılır. cis 20'nin uzunluğu 1'dir.z_1 ve z_2 vektörleri uc uca eklendiğinde ikizkenar üçgen oluşur ve toplamına karşılık gelen vektörün x-ekseni ile yaptığı açı 10 derecedir.



Çözüm 4: sin90+cos20+isin20=
sin90+sin70+isin20=2sin80.cos10+i(2sin10.cos10)=2cos10(sin80+isin10)=2cos10(cos10+isin10)
Çözüm 5: 1+cis20=1+2cos^{2}10-1+2.sin10.cos10i=2cos10(cos10+isin10)

Tablo 4. Dördüncü soruya öğrencilerin sunduğu farklı çözüm yolları

Çözüm sayısı	1.ilçe	2.ilçe	3.ilçe	4.ilçe	5.ilçe
0	0	1	2	0	0
1	0	0	1	2	3
2	0	2	0	1	0
3	3	0	0	0	0
4	0	0	0	0	0
5	0	0	0	0	0

Çalışmadan bazı örnekler aşağıda sunulmuştur.

Tablo 5. Kareköklü ifade ile çözüm yolu

$\sqrt{z} = \sqrt{1+\sqrt{3}i} = \frac{\sqrt{2+2\sqrt{3i^2}}}{\sqrt{2}} = \pm\frac{(\sqrt{3}+\sqrt{-1})}{\sqrt{2}} = \pm\frac{(\sqrt{3}+i)}{\sqrt{2}}$

Tablo 6. Birinci soru için farklı sonuca sahip iki çözüm yolu

$z = 1+\sqrt{3}i \rightarrow r = \sqrt{1+3} = 2,$ $cos\theta = \frac{1}{2}, sin\theta = \frac{\sqrt{3}}{2} \rightarrow tan\theta = \sqrt{3}$ $\rightarrow \theta = 60^{\circ}$ $\sqrt{z} = 2cis\left(\frac{\alpha+2k\pi}{2}\right)$ $\rightarrow k = 0\ için\ w_1 = 2cis30, k = 1\ için\ w_2 =$ $2cis210$	$b > 0\ ise$ $\sqrt{\frac{\lvert z\rvert+a}{2}}i + \sqrt{\frac{\lvert z\rvert-a}{2}} = \sqrt{\frac{2+1}{2}}i + \sqrt{\frac{2-1}{2}}$ 1.kök $2\left(\frac{\sqrt{3}i+1}{2}\right)$ 2.kök $2\left(\frac{-1+\sqrt{3}i}{2}\right)$

Tablo 7. Ezbere dayalı çözüm yolu

1.bölgedeki karmaşık sayının 90° döndürülmesi ile z=a+ib karmaşık sayısı w=-b+ai şekline dönüşür.

Tablo 8. İki Farklı Çözüm Olarak Sunulan Alternatif Yollar

1.Yol	2.Yol
$(1,\sqrt{3})\ karmaşık\ sayısı$ 90° döndürüldüğünde (x,y) yer değiştirir ve reel sayı (-) ile çarpılır.	Bir noktanın döndürülmesi: $P = (x.cos\alpha - y.sin\alpha, y.cos\alpha + x.sin\alpha)$ $=(1.cos90 - \sqrt{3}.sin90, \sqrt{3}.cos90 +$ $1.sin90)$ $=(-\sqrt{3}, 1)$

Mülakatlardan elde edilen sonuçlar her soru için gelen cevaplar ışığında 3'er grupta toplanmıştır.

Tablo 9. Mülakat sonuçlarının kategorilere ayrılması

	Kategori 1	Kategori 2	Kategori 3
1.Soru	Çoklu yoldan problem çözme önemlidir ancak bu sistemde mümkün değildir	Problem çözümünde tek yol yeterlidir	Çoklu yoldan problem çözme önemlidir ve uygulanmalıdır
2.Soru	Okula önem veriyorum	Hem okula hem de dershaneye önem veriyorum	Dershaneye önem veriyorum
3.Soru	Okulda çoklu yoldan problem çözme yapıyoruz	Kısmen soruları farklı yollardan çözüyoruz	Okulda soru çözerken alternatif yolları aramıyoruz

7. Sonuçlar ve Öneriler

Öğrencilere ders sonu verilen ödevler performansa not vermek değil, öğrencilerin bilişsel becerilerini gözlemlemek olmalıdır. Problem çözme odaklı eğitimi benimseyen ülkelerde öğrencilerin problem çözme adımları irdelenir. Öğretmen yapılan yanlışlar için dönüt vermeli, sonucu getirilemeyen çözümler için yol göstermeli ve başka çözüm yollarının olup olmadığını öğrencileriyle tartışmalıdır. Öğrencilere bir problemin çözümünü farklı yollarla göstermek, matematiksel kavramların birbiriyle ilişkili olduğunu görmelerini sağlayacaktır [21].

Yaratıcı düşünen öğrencilerin yetişebilmesi için, öğrenciler ezberden uzak olmalı ki bir problemle her karşılaşmalarında aynı yol ile çözmeyi reddetmeliler ve alışılagelmiş çözümlerin dışına çıkarak özgün çözümler üretebilmelilerdir [22]. Bir başka deyişle matematik dersinde birden fazla çözüm yöntemi olan problem çözme etkinliği yapmak, öğrencilerin matematiksel yaratıcılıklarının gelişmesine katkı sağlayacaktır [23].

Çalışmada, öğrencilerin karşılaştıkları problemlere birden fazla bakış açısı geliştirip geliştirmediklerini tespit etmek amaçlanmıştır. Çalışmaya Anadolu Lisesi öğrencileri ve Özel Fen Lisesi öğrencileri katılmıştır. Yapılandırılmış mülakatlarda elde edilen verilerle, çalışma kâğıtlarında her bir soru için sunulan alternatif çözüm sayıları uyum göstermektedir.

Çalışma esnasında öğrenciler dershanelerinin bulundukları ilçeye göre kategorize edilmişse de, çoklu yoldan problem çözme çalışmasında elde edilen sonuçların, ilçenin sosyo-ekonomik durumuyla alakalı olmadığı saptanmıştır.

1.ilçe öğrencilerinin daha başarılı oldukları tablolardan görülmektedir. Ancak bu durum ilçenin başarılı olduğu anlamına gelmemektedir. 1. ilçede en başarılı olan öğrenci ile yapılan özel görüşmede, girmiş olduğu bir YGS denemesinde bildiği çözümün sorunun çözümü için yeterli olmadığını, bu sebeple sürekli farklı yollar öğrenmeye açık davrandığını belirtmiştir.

Çalışmaya katılan öğrencilerin çoğu, ülkemizdeki eğitim sistemi ile çoklu yoldan problem çözmenin bağdaşmadığını dile getirmişlerdir. Dershanelerin verdiği kısa yolları bilmenin sorunun çözümüne ulaşmak için yeterli olduğunu söylemişlerdir.

Tablo 5'te öğrencilerden 1. soru için sunmaları beklenen alternatif yol verilmiştir. Ancak sadece 2 öğrenci bu alternatif yolu sunmuştur. Öğrencilerin reel sayılarda karekökler konusunda öğretilen bu yöntemin, karmaşık sayılar için düşünmedikleri görülmüştür. Bu durum, Baki' nin bahsettiği [21] kavramlar arası ilişkinin görülmemesi ve matematik konularının birbirinden bağımsız olarak algılandığı tespiti ile uyuşmaktadır. Kavramsal bilgi sadece kavramın ne olduğunu bilmek değil, kavramlar arası ilişkiyi ifade edebilmektir. Yaratıcılığın bileşenlerinden olan çevre faktörü "okul" olarak düşünüldüğünde; eğitim sürecinde bilgiler eğer birbirinden bağımsız konular şeklinde öğrenciye aktarılırsa, yaratıcılık engellenir [24].

Probleme dayalı eğitim veren ülkelerde amaç öğretmenlerin öğrencilerine not vermesi değil, öğrencilerin takıldığı noktaları tespit edip onlara yardımcı olmaktır [25]. Aynı zamanda öğrencinin çoklu yoldan problemleri çözerken hatasını kendi kendine görmesi mümkündür. Örneğin, çalışma esnasında yapılan gözlemlerde kavram yanılgısının çoklu yoldan problem çözme ile giderildiği tespit edilmiştir. 4. ilçe örnekleminde bir öğrenci diğer öğrenciye 1. soru için "kökler birbirinin eşleniği miydi" diyerek sormuş ve ikinci dereceden reel kökü olmayan denklemin kökleriyle karıştırmıştır. Diğer öğrenci de ona "evet birbirinin eşleniğidir" demiştir. Ancak diğer yollardan çözerken bunun yanlış olduğunu ve köklerin birbirinin ters işaretlisi olduğunu fark etmişlerdir.

Tablo 6'da bir öğrencinin sunduğu iki farklı yolda cevaplarını kontrol etmediği görülmektedir. Alternatif yolları kullanarak problem çözmenin, sonuçların karşılaştırılması açısından kullanışlı durum olduğu bir gerçektir.

Tablo 7'de yer alan çözüm yolu; 15 öğrenci arasından 3'ü Anadolu Lisesi, 1'i Özel Fen Lisesi öğrencileri tarafından sunulmuştur. Bu çözüm yolu ezberci sistemin bir kanıtı olarak görülebilir. Öğrencilerin, noktanın döndürülmesi ile alakalı kavramsal bilgilerinin olmadığı söylenebilir. Kavramsal bilgiye erişen problem çözücü usta olarak düşünülürken, benzer problemlerin çözümlerini hatırlayarak problem çözen çırak olarak düşünülebilir.

Tablo 8'de yer alan iki farklı çözüm yolu bir öğrenci tarafından sunulmuştur. Oysa bu iki yol aynıdır. İkinci yoldan dolayı birinci yol bulunur. Dolayısıyla, öğrencinin "bir noktanın $\propto$ kadar döndürülmesi" kavram bilgisine sahip olmadığı durumu ortaya çıkar.

Tablo 9'da öğrencilerin mülakatlara verdikleri cevaplar kategorize edilmiştir. 1. soruda Anadolu Lisesi öğrencileri %75 ile kategori 1de toplanırken, Özel Fen Lisesi öğrencileri %42 ile kategori 2'de toplanmışlardır. 2. soruda Anadolu Lisesi öğrencilerinin %50'si kategori 2'de toplanmışken, Özel Fen Lisesi öğrencilerinin %71,42 si kategori 2'de toplanmıştır. 3. soruda Anadolu Lisesi öğrencilerinin %50 si kategori 2'de %50si kategori 3'te toplanmıştır. Özel Fen Lisesi öğrencilerinin %42si kategori 1'de diğer %42 si kategori 2'de toplanmıştır. Bir diğer çarpıcı sonuç ise, Anadolu Lisesi öğrencilerinin hiçbiri 3. soru için kategori 1 adına bir söylemde bulunmamışlardır. Yani Anadolu Lisesi öğrencilerinden hiçbiri okulda tüm sorularda çoklu yoldan problem çözmeyi gerçekleştirdiklerini dile getirmemiştir. Özel Fen Lisesi öğrencilerinden 3 kişi okullarında tüm derslerde problemlerin alternatif yollarını yokladıklarını belirtmişlerdir.

Mülakat esnasında çoklu yoldan problem çözmeyi gereksiz bulan öğrencilerin 2'si Anadolu Lisesi, 3'ü Özel Fen Lisesi öğrencileridir. Yani çalışmaya katılan öğrencilerin %33,3'ü bir probleme tek çözüm yolu bulmanın kâfi olduğunu düşünmektedir.

Çoklu yoldan problem çözmenin aslında konuyu kavrama derecesini, kuralların öğrenilip öğrenilmediğini görmek adına öğretmenlerin kullanabileceği önemli bir alternatif değerlendirme tekniği olabilir. Bu durum Baki ve Birgin'in çalışmalarında farklı yoldan problem çözmenin değerlendirme kriterleri arasında yer alması sonucu ile paralel bir durumdur.

Genel olarak öğrencilerin kısa yoldan çözümlere önem verdikleri, yorulmak istemedikleri, düşünmekten çok soru kalıplarını ezberlemeyi yeğledikleri görülmüştür. Bu sebeple de dershanenin bu konuda kolaylık sağladığı, soru kalıplarını çok kısa yollardan öğrencilere verdikleri sonucu öne çıkmıştır. Bu durumda öğrencilerin soruları çözmeleri " acaba bu durum problem çözme olarak adlandırılır mı?" sorusunu akla getirmektedir. Çünkü problem çözme, çözüm ezberlemek değil, çözüm bulmak, keşfetmek, esnek düşünmek, eleştirel yaklaşmak anlamlarına gelmektedir [26].

Dünya trendini yakalamaya çalışmak, eğitim sisteminde değişikliğe gitmek ve ezberci eğitimi engellemek için çoklu yoldan problem çözmek ideal yollardan biri olarak görünse de üniversiteye giriş sınavı gibi test tekniği gerektiren sınavlar bu anlayışı engelliyor olabilir. Yani ezberci sistemi engellemeye çalışırken test tekniği ile üniversite eğitimini belirlemek bu duruma engel olabilir. Eğitim sisteminde bu konuda reformlar yapılabilir. Öğrencilere soru kalıplarını ezberletmek onların yaratıcılığına ket vurmaktır. Dolayısıyla düşünen, eleştiren ve keşfeden bireyler yetiştirmek için sistem değiştirilebilir. Çünkü problem çözme, bir matematik probleminin sonucunu bulmaktan ibaret değildir, farklı bir durumla karşı karşıya gelindiğinde ve bu duruma esnek ve işe yarar çözümler bulmak anlamına da gelmektedir [27].

Kaynaklar

1. Van De Walle J.A. 1980. *Elementary School Mathematics (Teaching Developmentally*), New York & London: Longman.

2. Akay H. 2006. Problem kurma yaklaşımı ile yapılan matematik öğretiminin öğrencilerin akademik başarısı, problem çözme becerisi ve yaratıcılığı üzerindeki etkisinin incelenmesi, Gazi Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Doktora Tezi, 227s, Ankara.

3. NCTM 2000. Principles and Standards For School Mathematics. Reston VA: NCTM.

4. Schoenfeld A. H. 1985. *Mathematical Problem Solving*, New York: Academic Pres.

5. Cai J. 2003. Singaporean students mathematical thinking in problem solving and problem posing: An exploratory study. International Journal of Mathematical Education in Science and Technology, 34(5): 719-737

6. Englısh L. 1998. Children's Problem Posing within formal and Informal Contexts, *JRME*, 83.
7. Kılıç E. 2004. Durumlu Öğrenme Kuramının Eğitimdeki Yeri ve Önemi. Gazi Üniversitesi Gazi Eğitim Fakültesi Dergisi, 3(24): 307-320.
8. Çakmak M. 2003. Matematik Derslerinde Problem Çözme Yaklaşımının Değerlendirilmesi. <www.matder.org>
9. Sheffield L.J. 2008. Promoting Creativity For All Students in Mathematics Education: An Overview**.** Proceedings of the Discussing Group 9: Promoting Creativity for All Students in Mathematics Education, The 11th International Congress on Mathematical Education.Monterrey, Mexico.
10. De Bono E. 1993. *Serious Creativity: Using the Power of Lateral Thinking to Create New Ideas*, London: Harper Collins.
11. Kandemir M.A. 2006. OFMA Matematik Eğitimi Öğretmen Adaylarının Yaratıcılık Eğitimi Hakkındaki Görüşleri Ve Yaratıcı Problem Çözme Becerilerinin İncelenmesi, Balıkesir Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Yüksek Lisans Tezi, 209s, Balıkesir.
12. Dede Y., Yaman S. 2005. Matematik Ögretmen Adaylarının Matematiksel Problem Kurma ve Problem Çözme Becerilerinin Belirlenmesi. Eğitim Araştırmaları Dergisi, 18: 41-56.
13. Altun M., Memnun D.S. 2008. Mathematics Teacher Trainees' Skills and Opinions on Solving Non-Routine Mathematical Problems, Journal of Theory and Practice in Education, 4 (2): 213-238.
14. Kayan F., Çakıroğlu E. 2008. İlköğretim matematik öğretmen adaylarının matematiksel problem çözmeye yönelik inançları. Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi, 35: 218-226.
15. Silver E.A. 2004. Posing And Solving Problems in Open-Ended Investigations: *Authentic Tasks With Grade 1 Children*. Association for Research in Education.
16. Soylu Y., Soylu C. 2006. Matematik derslerinde başarıya giden yolda problem çözmenin rolü. Eğitim Fakültesi Dergisi,7(11): 97-111.
17. Soylu Y. 2007. Öğrencilerin Sözel Problemleri Çözerken Sergiledikleri Yaklaşımlar ve Coğrafi Bölgelere Göre Başarı Oranlarının İncelenmesi, Ondokuz Mayıs Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi, 24: 13-24.
18. Bagci N., Gülçiçek Ç., Mogol S. 2004. Fizik Konularının Öğretiminde Alternatif Çözümlerin Öğrenci Başarısına Etkisi. F.Ü. Fen ve Mühendislik Bilimleri Dergisi, 116(4959).
19. Birgin O., Baki A., 2012. Sınıf Öğretmenlerinin Ölçme-Değerlendirme Uygulama Amaçlarının Yeni Matematik Öğretimi Programı Kapsamında İncelenmesi*, Eğitim ve Bilim Dergisi*, 37(165).
20. Yin R.K. 1984. *Case study research: Design and methods.* Newbury Park, CA: Sage.
21. Baki A. 2008. *Kuramdan Uygulamaya Matematik Eğitimi,* Harf Eğitim Yayıncılığı, Genişletilmiş 4.Basım.
22. Fisher R.1995. *Teaching Children to Think*. London: Stanley Tornes.
23. Güçyeter Ş. 2011. DISCOVER Problem Matrisinin Revize Edilmesi ve Psikometrik Özelliklerinin İncelenmesi, Türk Üstün Zekâ ve Eğitim Dergisi, 1(1): 104-131.
24. Kıymaz Y. 2009. Ortaöğretim Matematik Öğretmen Adaylarının Problem Çözme Durumlarındaki Matematiksel Yaratıcılıkları Üzerine Nitel Bir Araştırma, Gazi Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Doktora Tezi, 362s, Ankara.
25. Saban A. 2004. *Öğrenme ve Öğretme Süreci,* Ankara: Nobel Yayın Dağıtım.
26. Öztürk E., Ayvaz A. 2010. İlköğretim 5. Sınıf Öğrencilerinin Problem Çözme Becerilerine Yönelik Algı Düzeyleri ile Türkçe, Matematik, Sosyal Bilgiler, Fen ve Teknoloji, Derslerindeki Başarıları Arasındaki İlişkinin İncelenmesi, 9. Ulusal Sınıf Öğretmenliği Eğitimi Sempozyumu (20- 22 Mayıs 2010), Abstract Book: 738-742, Elazığ.
27. Gail M. 1996. Problem Solving about Problem Solving: Framing a Research Agenda. Proceedings of the Annual National Educational Computing Conference, Minnesota, 17: 255-261.